具反应扩散项变时滞细胞神经网络模型指数稳定性的新结果

罗毅平[1], 夏文华[1], 刘国荣[1], 邓飞其[2]
(1. 湖南工程学院, 湖南湘潭 411101; 2. 华南理工大学系统工程研究所, 广东广州 510640)

摘 要: 针对一类具反应扩散项的变时滞细胞神经网络模型, 利用 Poincare 不等式与 Hanalay 不等式等知识, 获得了该系统的指数稳定性条件, 该稳定性条件包含了扩散算子项, 与以往结果比较, 获得的指数稳定性条件更强, 且降低了已有结论的保守性. 最后, 通过实例说明该方法的有效性.

关键词: 细胞神经网络; 反应扩散; 指数稳定性; 变时滞
中图分类号: TP183 文献标识码: A 文章编号: 037222112 (2008) 0420609205

A New Criterion on the Global Exponential Stability for Reaction2Diffusion Cellular Neural Networks with Time2Varying Delays

LUO Yi2ping, XIA Wen2hua, LIU Guo2rong, DENG Fei2qi
(1. Hunan Institute of Engineering, Xiangtan, Hunan 411101, China;
2. Institute of System Engineering, South China University of Technology, Guangzhou, Guangdong 510640, China)

Abstract: Based on extended Hanalay inequality, the exponential asymptotic stability for a class of cellular neural networks with delays and reaction2diffusion terms is investigated by using Poincare inequality. The obtained criteria have a distinguished fea2 ture from previous studies, and our results contain diffusion operator terms. The new results are less conservative than the existing ones. Finally, an illustrative example is give to verify the effectiveness of the method.

Key words: cellular neural network; reaction2diffusion; exponential asymptotic stability; time2varying delay

1 引言

由于神经网络模型应用的一个重要前提是神经网络必须是稳定的, 又由于神经网络在优化计算、信号传递、图像传输等方向及潜在的应用性, 使得神经网络稳定性的研究成为近年来的一个研究热点[1~19]. 最近, 有许多学者对具反应扩散的神经网络模型的稳定性进行了一些研究, 得到了许多有着重要意义的结论[15~19]. 如廖晓昕等研究了无时滞的具反应扩散的神经网络模型[15], 而王林山等[16]、Liang Jinling 等[17]、Qiankun Son 等[18] 罗毅平等[19]研究了含时滞的具反应扩散项的神经网络模型. 他们对扩散项的处理, 都是在利用散度定理后, 最后都去掉了一个负的含梯度的积分项. 这样导致他们所获得的稳定性条件中不含有扩散算子项, 也就是说扩散算子在他们的稳定性条件中没起到作用. 他们获得的稳定性条件与不含反应扩散项的神经网络模型的稳定性条件是一样的. 下面我们提出一种新的方法, 利用 Poincare 不等式与 Hanalay 不等式等知识获得一个包含扩散算子的指数稳定性条件. 从而降低了结论的保守性.

2 模型与定义

$$\begin{aligned}\frac{\partial u_i}{\partial t} = & \sum_{k=1}^{m} \frac{\partial}{\partial x_k}\left(D_{ik}\frac{\partial u_i}{\partial x_k}\right) - c_i u_i(x,t) \\ & + \sum_{j=1}^{n} a_{ij} f_j(u_j(x,t)) \\ & + \sum_{j=1}^{n} b_{ij} f_j(u_j(x, t-\tau_j(t))) \\ & + I_i, x \in \Omega \qquad i=1,\cdots,n \qquad (1\text{-}a)\end{aligned}$$

满足初边值条件

$$\frac{\partial u_i}{\partial n} = 0, t \geq 0, x \in \partial\Omega, \quad i=1,\cdots,n \quad (1\text{-}b)$$

$$u_i(x,s) = \phi_i(x,s), -\tau \leq s \leq 0, i=1,\cdots,n \quad (1\text{-}c)$$

其中光滑函数 $D_{ik} = D_{ik}(x,t,u) \geq 0$ 表示扩散算子. $\tau_{ij}(t)$ 表示轴突信号传输过程中的延迟, 且 $0 \leq \tau_j(t) \leq \tau$.

收稿日期: 2006202208; 修回日期: 2007210210
基金项目: 国家自然科学基金(No. 60374023); 湖南省自然科学基金(No. 07JJ6112); 湖南省教育厅重点项目(No. 04A012, No. 07A015)

$c_i>0$ 表示在与神经网络不连通并且无外部附加电压差的情况下第 i 个神经元恢复孤立静息状态下的速率. a_{ij} 表示神经元之间相互联络的权. u_i, x_i 分别表示状态变量和空间变量. I_i 表示外部输入. f_j 为激活函数. $\frac{\partial u_i}{\partial n}=0, t\ge 0, x\in\partial\Omega$, $\varphi(s,x)$ 是初值和边值. $\Omega=\{x=(x_1,\ldots,x_m), |x_i|<l\}$ 是具有光滑边界的紧集, 并且在 R^m 中的测度 $mes\,\Omega>0$.

我们假设模型(1)满足下面的假设条件

(H1) 假设激活函数 $f_j(u,t)(j=1,\ldots,n)$ 满足

$$0\le\frac{f_j(x)-f_j(y)}{x-y}\le l_j$$

对任意的 $x,y\in R$.

设 $u^*=col(u_1^*,\ldots,u_n^*)$ 是模型(1)的一个平衡点. 则 u^* 满足下列方程:

$$-c_iu_i^*+\sum_{j=1}^{n}a_{ij}f_j(u_j^*)+\sum_{j=1}^{n}b_{ij}f_j(u_j^*)+I_i=0$$
$$i=1,\ldots,n \qquad (2)$$

模型(1)的第一式可化为

$$\begin{aligned}\frac{\partial(u_i-u_i^*)}{\partial t}=&\sum_{k=1}^{m}\frac{\partial}{\partial x_k}\left(D_{ik}\frac{\partial(u_i-u_i^*)}{\partial x_k}\right)\\&-c_i(u_i(x,t)-u_i^*)\\&+\sum_{j=1}^{n}a_{ij}(f_j(u_j(x,t))-f_j(u_j^*))\\&+\sum_{j=1}^{n}b_{ij}(f_j(x,u_j(t-\tau_j(t)))-f_j(u_j^*))\\&i=1,\ldots,n \qquad (3)\end{aligned}$$

令 $u_j-u_i^*=u_i, f_j(u_j(x,t))-f_j(u_j^*)=f_i(u_j(x,t))$. 则式(3)可化为

$$\begin{aligned}\frac{\partial u_i}{\partial t}=&\sum_{k=1}^{m}\frac{\partial}{\partial x_k}\left(D_{ik}\frac{\partial u_i}{\partial x_k}\right)-c_iu_i+\sum_{j=1}^{n}a_{ij}f_j(u_j(x,t))\\&+\sum_{j=1}^{n}b_{ij}f_j(u_j(x,t-\tau_j(t))), i=1,\ldots,n \qquad (4)\end{aligned}$$

写成矩阵形式即为:

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t}=&D\Delta u(x,t)-Cu(x,t)+Af(u(x,t))\\&+Bf(u(x,t-\tau(t))) \qquad (5)\end{aligned}$$

记 $L^2(\Omega)$ 是 Ω 上的实 Lebesgue 可测函数空间, 且对于 L_2-模

$$\|u\|_2=\left[\int_\Omega|u(x)|^2dx\right]^{1/2} \qquad (6)$$

构成一个 Banach 空间. 其中 $|u|$ 表示向量 $u\in R^n$ 的 Euclid 模, 并称为 E-模.

我们引入下面的稳定性定义

定义 1[16,20~22] 系统(1)的平衡点关于给定模 $\|\cdot\|_G$ 全局指数稳定. 如果给定式(1)的任意解 $u(t,x)$, 存在正数 ε 和 M, 使得

$$\|u(t,x)\|_{L^2}\le Me^{-\varepsilon(t-t_0)}, (x,t)\in\Omega\times R_+ \qquad (7)$$

则称系统(1)是 $L^2(\Omega)$ 指数渐近稳定的.

3 主要结果

引理 1[20] 设 U_1, U_2, U_3 是一定维数的实矩阵, 且有 $U_3=U_3^T>0$, 则任给标量 $\beta>0$, 使得下列不等式成立:

$$U_2^TU_1+U_1^TU_2\le\beta^{-1}U_1^TU_3^{-1}U_1+\beta U_2^TU_3U_2$$

引理 2 (Hanalay 不等式) 设 p, q 是常数, 且满足 $0<q<p$, 设 $x(t)$ 在 $t\ge t_0-\tau$ 上是连续非负函数, 且对任给的 $t\ge t_0$, 式(8)成立

$$x'(t)\le-px(t)+qx(t) \qquad (8)$$

其中 $x(t):=\sup_{t-\tau\le s\le t}\{x(s)\}$. 则 $x(t)\le x(t_0)e^{-r(t-t_0)}$

其中 r 是一有界的指数衰减率, 且是下面方程的唯一解

$$r=p-qe^{r\tau}$$

定理 1 设系统(1)满足下列条件, 且其激活函数满足条件(H1), 则系统(1)关于平衡点是指数稳定的.

(1) $\lambda_{min}(D)>0$

(2) $\lambda=\lambda_1-\lambda_2>0$

(3) $\gamma<\lambda$

其中 $\lambda_1=\frac{m}{l^2}\lambda_{min}(2D)$, $\lambda_2=\lambda_{max}(-2C+BP_2B^T+AP_1A^T)$

其中 $D=diag(d_1,\ldots,d_n)$, $d_i=\min_{1\le k\le m}\{D_{ik}\}$

证 作辅助函数

$$\begin{aligned}v(x,t)=&\alpha u^Tu+\beta\int_0^t u^T(x,s)u(x,s)ds\\&-\gamma\int_0^t u^T(x,s-\tau(s))u(x,s-\tau(s))ds\end{aligned}$$
$$(10)$$

本文中, 为了方便, 将 $u(x,t)$ 简记作 u.

式(10)两边对 t 求导得:

$$\begin{aligned}&\frac{\partial v(x,t)}{\partial t}\\&=2\alpha u^T\frac{\partial u}{\partial t}+\beta u^Tu-\gamma u^T(x,t-\tau(t))u(x,t-\tau(t))\\&=2\alpha u^T[D\Delta u-Cu+Af(u)+Bf(u(x,t-\tau(t)))]\\&\quad+\beta u^Tu-\gamma u^T(x,t-\tau(t))u(x,t-\tau(t)) \qquad (11)\end{aligned}$$

上式两边在区域 Ω 上对 x 积分, 则有

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}\left[\int_\Omega v(x,t)dx\right]=&2\alpha\int_\Omega u^TD\Delta u\,dx-2\alpha\int_\Omega u^TCu\,dx\\&+2\alpha\int_\Omega u^TAf(u)dx+2\alpha\int_\Omega u^TBf(u(x,t-\tau(t)))dx\\&+\beta\int_\Omega u^Tu\,dx-\gamma\int_\Omega u^T(x,t-\tau(t))u(x,t-\tau(t))dx\end{aligned}$$
$$(12)$$

注意到散度定理和边值条件

$$\int_\Omega[\nabla u^TD\nabla u+u^TD\Delta u]dx=\int_{\partial\Omega}u^TD\frac{\partial u}{\partial t}dx=0$$
$$(13)$$

于是利用条件(H1)并由式(12)与(13)可得

$$
\begin{aligned}
\frac{d}{dt}\left[\int_\Omega v(x,t)\,dx\right] \le\ & -2\alpha\int_\Omega (\nabla u)^T D(\nabla u)\,dx \\
& -2\alpha\int_\Omega u^T C u\,dx + \alpha\int_\Omega u^T A P_1 A^T u\,dx \\
& +\alpha\int_\Omega u^T B P_2 B^T u\,dx + \alpha\int_\Omega u^T L^T P_1^{-1} L u\,dx \\
& +\alpha\int_\Omega u^T(x,t-\tau(t))\, L^T P_2^{-1} L u(x,t-\tau(t))\,dx \\
& +\beta\int_\Omega u^T u\,dx \\
& -\gamma\int_\Omega u^T(x,t-\tau(t))\,u(x,t-\tau(t))\,dx \\
\le\ & -2\alpha\int_\Omega (\nabla u)^T D(\nabla u)\,dx \\
& +\alpha\int_\Omega u^T\left[-2C+BP_2B^T+AP_1A^T+\frac{\beta}{\alpha}I\right]u\,dx \\
& -\gamma\int_\Omega u^T(x,t-\tau(t))\,u(x,t-\tau(t))\,dx \\
& +\alpha\int_\Omega u^T(x,t-\tau(t))\, L^T P_2^{-1} L u(x,t-\tau(t))\,dx
\end{aligned}
\tag{14}
$$

取 $\gamma=\alpha\cdot\lambda_{max}(L^TP_2^{-1}L)$, 则

$$
\begin{aligned}
\frac{d}{dt}\left[\int_\Omega v(x,t)\,dx\right] \le\ & -2\alpha\int_\Omega (\nabla u)^T D(\nabla u)\,dx \\
& +\alpha\int_\Omega u^T\left[-2C+BP_2B^T+AP_1A^T+\frac{\beta}{\alpha}I\right]u\,dx
\end{aligned}
\tag{15}
$$

又直接由式(10)可得

$$
\begin{aligned}
\frac{d}{dt}\left[\int_\Omega v(x,t)\,dx\right] =\ & \alpha\frac{d}{dt}\int_\Omega u^T u\,dx + \beta\int_\Omega u^T u\,dx \\
& -\gamma\int_\Omega u^T(x,t-\tau(t))\,u(x,t-\tau(t))\,dx
\end{aligned}
\tag{16}
$$

由式(15)、(16)可得

$$
\begin{aligned}
\frac{d}{dt}\int_\Omega u^T u\,dx =\ & \frac{1}{\alpha}\frac{d}{dt}\left[\int_\Omega v(x,t)\,dx\right] - \beta\int_\Omega u^T u\,dx \\
& +\gamma\int_\Omega u^T(x,t-\tau(t))\,u(x,t-\tau(t))\,dx \\
\le\ & -2\int_\Omega (\nabla u)^T D(\nabla u)\,dx \\
& +\int_\Omega u^T\left[-2C+BP_2B^T+AP_1A^T+\frac{\beta}{\alpha}I\right]u\,dx \\
& -\frac{\beta}{\alpha}\int_\Omega u^T u\,dx \\
& +\frac{\gamma}{\alpha}\int_\Omega u^T(x,t-\tau(t))\,u(x,t-\tau(t))\,dx \\
\le\ & -2\int_\Omega (\nabla u)^T D(\nabla u)\,dx \\
& +\int_\Omega u^T\left[-2C+BP_2B^T+AP_1A^T\right]u\,dx \\
& +\frac{\gamma}{\alpha}\int_\Omega u^T(x,t-\tau(t))\,u(x,t-\tau(t))\,dx
\end{aligned}
\tag{17}
$$

注意到 Poincare 不等式, 我们有

$$
\begin{aligned}
\int_\Omega u^T u\,dx =\ & \sum_{i=1}^n\int_\Omega u_i^2\,dx \le \frac{l^2}{m}\sum_{i=1}^n\int_\Omega |\nabla u_i|^2\,dx \\
=\ & \frac{l^2}{m}\int_\Omega (\nabla u)^T(\nabla u)\,dx
\end{aligned}
\tag{18}
$$

由式(18)有

$$2\int_\Omega (\nabla u)^T D(\nabla u)\,dx \ge \lambda_{min}(2D)\cdot\frac{m}{l^2}\int_\Omega u^T u\,dx$$

于是, 利用式(17)、(18)可得

$$
\begin{aligned}
\frac{d}{dt}\int_\Omega u^T u\,dx \le\ & -2\int_\Omega (\nabla u)^T D(\nabla u)\,dx \\
& +\int_\Omega u^T\left[-2C+BP_2B^T+AP_1A^T\right]u\,dx \\
& +\frac{\gamma}{\alpha}\int_\Omega u^T(x,t-\tau(t))\,u(x,t-\tau(t))\,dx \\
\le\ & -\lambda_{min}(2D)\cdot\frac{m}{l^2}\int_\Omega u^T u\,dx \\
& +\int_\Omega u^T\left[-2C+BP_2B^T+AP_1A^T\right]u\,dx \\
& +\frac{\gamma}{\alpha}\int_\Omega u^T(x,t-\tau(t))\,u(x,t-\tau(t))\,dx \\
\le\ & -\lambda_{min}(2D)\cdot\frac{m}{l^2}\int_\Omega u^T u\,dx \\
& +\lambda_{max}(-2C+BP_2B^T+AP_1A^T)\int_\Omega u^T u\,dx \\
& +\frac{\lambda}{\alpha}\int_\Omega u^T(x,t-\tau(t))\,u(x,t-\tau(t))\,dx \\
\le\ & -\lambda\int_\Omega u^T u\,dx \\
& +\frac{\lambda}{\alpha}\int_\Omega u^T(x,t-\tau(t))\,u(x,t-\tau(t))\,dx
\end{aligned}
\tag{19}
$$

由此可得

$$\frac{d}{dt}(\|u\|_{L^2}^2) \le -\lambda\|u\|_{L^2}^2 + \frac{\gamma}{\alpha}\|u(x,t-\tau(t))\|_{L^2}^2 \tag{20}$$

设 $f(t)=\|u\|_{L^2}^2$, 则上式化为:

$$
\begin{aligned}
f'(t) \le\ & -\lambda f(t) + \frac{\gamma}{\alpha}f(t-\tau(t)) \\
\le\ & -\lambda f(t) + \frac{\gamma}{\alpha}\bar f(t)
\end{aligned}
\tag{21}
$$

其中 $\bar f(t)=\sup\limits_{t-\tau\le s\le t} f(s)$. 当 $\lambda>\frac{\gamma}{\alpha}$ 时, 由引理 2 可知,

$$f(t) \le \bar f(t_0)e^{-r(t-t_0)} \tag{22}$$

其中 r 是方程 $r=\lambda-\frac{\gamma}{\alpha}e^{r\tau}$ 的唯一根. 即

$$\|u\|_{L^2}^2 \le \|u(x,0)\|_{L^2}^2 e^{-r(t-t_0)} \tag{23}$$

即有

$$\|u(x,t)\|_{L^2} \le \|u(x,t_0)\|_{L^2} e^{-\frac{r}{2}(t-t_0)} \tag{24}$$

特别地, 我们有下列推论:

推论 1　设系统(1)满足下列条件, 且其激活函数满足条件(H1), 则系统(1)关于平衡点是指数稳定的.

(　) $\lambda_{min}(D)>0$

(　) $\lambda=\frac{m}{l^2}\lambda_{min}(2D)-\lambda_{max}(-2C+BB^T+AA^T)>0$

$$(\quad)\ \frac{C}{A} < K$$

4 算例

对系统(1), 设 $f_1 = f_2 = \frac{1}{2}(|u+1| - |u-1|)$, 从而 $L = I$, $l = 2$, $m = 3$, 取 $A = 015$, 所以 $C = 015$, $D = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$, $E = 015$, $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 015 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -015 \end{pmatrix}$, 显然, 推论 1 的条件( )满足, 且

$$-K = K_{max}(-2C + BB^T + AA^T) - \frac{m}{l^2} \# K_{min}(2D)$$

$$= -\frac{7}{2} < 0,$$

故推论 1 的条件( )与( )也满足. 所以根据推论 1 得系统(1) 是全局指数稳定的.

5 小结

本文针对一类具反应扩散项的时滞细胞神经网络模型, 利用 Poincare 不等式与 Hanalay 不等式等知识, 得到了系统全局指数稳定性的条件, 该稳定性条件与反应扩散算子有关. 这说明系统的反应扩散算子在系统的稳定性中起着作用. 这是本文与已往研究含反应扩散项的神经网络模型的稳定性条件的一个显著的区别. 显然, 我们的结论降低了已有结论的保守性. 最后, 我们通过算例说明我们所得结论的有效性.

参考文献:

[1] Jinde Cao, Jun Wang. Absolute exponential stability of recurrent neural networks with Lipschitz2continuous activation functions and time2varying delays[J]. Neural Networks, 2004, 17(3): 379-390.

[2] Haijun Jiang, Zhidong Teng. A new criterion on the global ex2ponential stability for cellular neural networks with multiple time2varying delays[J]. Physics Letters A, 2005, 338: 461-471.

[3] Jinling liang, Jinde Cao. A base2on LMI stability criterion for delayed recurrent neural networks[J]. Chaos, Solitons and Frac2tals, 2006, 28(1): 154-160.

[4] Hongtao Lu, Ruiming Shen, Fu2lai Chung. Absolute exponential stability of a class of recurrent neural networks with mulitiple and variable delays[J]. Theoretical Computer Science, 2005, 344(2-3): 103-119.

[5] Kun Yuan, Jinde Cao. An analysis of global asymptotic stability of delayed Cohen2Grossberg neural networks via nonsmooth analysis[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems2I: Reg2ular Papers, 2005, 52(9): 1854-1861.

[6] Fenghua Tu, Xiaofeng Liao, Wei Zhang. Delay2dependent asymp2totic stability of a two2neural system with different time delays[J]. Chaos, Solitons and Fractals, 2006, 28(2): 437-447.

[7] Sabri Arki, Vedat Tavsanoglu. Global asymptotic stability analy2sis of bidirectional associative memory neural networks with constant time delays[J]. Neurocomputing 2005, 68(10): 161-176.

[8] Xiaoxin Liao, Jun Wang, Zhigang Zeng. Global asymptotic sta2bility and global exponential stability of delayed cellular neural networks[J]. IEEE Transactions on Circuits and System2II: Express Briefs, 2005, 52(7): 403-409.

[9] Qiang Zhang, Xiaopeng Wei, Jin Xu. Delay2dependent exponen2tial stability of cellular neural networks with time2varying delays [J]. Chaos, Solitons and Fractals, 2005, 23(4): 1363-1369.

[10] Qiang Zhang, Xiaopeng Wei, Jin Xu. An improved result for complete stability of delayed cellular neural networks[J]. Au2tomatica, 2005, 41(2): 333-337.

[11] Jinde Cao, Daniel W C Ho. A general framework for global asymptotic stability analysis of delayed neural networks based on LMI approach[J]. Chaos, Solitons and Fractals, 2005, 24(5): 1317-1329.

[12] Zhang Yi. Global exponential convergence of recurrent neural networks with variable delays[J]. Theoretical Computer Sci2ence, 2004, 312(2): 281-293.

[13] 钟守铭, 黄廷祝, 黄元清. 具有无穷时滞的细胞神经网络的稳定性分析[J]. 电子学报, 2001, 29(5): 626-629.
ZHONG Shou2ming, HUANG Ting2zhu, HUANG Yuan2qing. The stability analysis of cellular networks with infinite delay [J]. Acta Electronica Sinica, 2001, 29(5): 626-629. (in Chi2nese)

[14] Xuemei Li, Lihong Huang, Huiyan Zhu. Global stability of cellular neural networks with constant and variable delays[J]. Nonlinear Analysis, Theory, Methods and Applications, 2003, 53(3-4): 319-333.

[15] 廖晓昕, 等. 具有反应扩散的广义神经网络的稳定性[J]. 中国科学 E, 2002, 32(1): 87-94.

[16] 王林山, 徐道义. 变时滞反应扩散 Hopfield 神经网络的全局指数稳定性[J]. 中国科学 E, 2003, 33(6): 488-495.

[17] Jinling Lin, Jinde Cao. Global exponential stability of reaction2diffusion recurrent neural networks with time2varying delays [J]. Physics Letters A, 2004, 314(5-6): 434-442.

[18] Qiankun Son, Zhenjiang Zhao, Yongmin Li. Global exponential stability of BAM neural networks with distributed delays and reaction diffusion terms[J]. Physics Letters A, 2005, 335(2-3): 213-225.

[19] 罗毅平, 邓飞其, 赵碧蓉. 具反映扩散无穷连续分布时滞神经网络的全局渐近稳定性[J]. 电子学报, 2005, 33(2): 218-221.
LUO Yi2ping, DENG Fei2qi, ZHAO Bi2rong. Global asymp2

totic stability of reaction2diffusion neural networks with dis2 tributed delays[J]. Acta Electronica Sinica, 2005, 33(2): 218 - 221. (in Chinese)

[20] 刘永清, 谢胜利. 滞后分布参数系统的稳定与变结构控制[M]. 广州: 华南理工大学出版社, 1998.

[21] Wu J H. Theory and Aplications of Partial Functional Differ2 ential Equations[M]. New York: Springer, 1996.

[22] 崔宝同, 邓飞其, 王伟, 等. 时滞分布参数系统的指数渐近稳定性[J]. 系统工程与电子技术, 2003, 25(5): 579-583.

[23] E N Sanchez, J P Perez. Input2to2state stability analysis for dy2 namic NN[J]. IEEE Transactions on Circuits System2I, 1999, 46(11): 1395- 1398.

作者简介:

罗毅平 男, 1966 年生, 博士, 教授, 研究兴趣为神经网络的稳定性、分布参数系统的控制.
E2mail: lyp8688@sohu.com

刘国荣 男, 1957 年生, 教授, 博士生导师, 主要研究兴趣为非线性系统的稳定与控制.
E2mail: lgr@hnie.edu.cn

夏文华 男, 1973 年生, 讲师, 硕士, 研究兴趣为时滞系统的稳定与控制. E2mail: xwh1027@sohu.com

邓飞其 男, 1962 年生, 教授, 博士生导师, 研究领域为复杂系统的控制. E2mail: aufqdeng@scut.edu.cn